



طراحی بهینه قابهای خمشی فولادی دو بعدی با پی انعطاف پذیر با در نظرگیری اثر اندرکنش خاک-پی و روسازه

چنگیز غیرتمند دانشجوی دکتری عمران دانشگاه تربیت مدرس، تهران *

حمید محرمی، استادیار بخش عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران **

علی فاخر دانشیار گروه عمران دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تهران

* تلفن: ۳۳۲۴-۸۸۰۱۱۰۰۱ پست الکترونیکی: gheyrat@modares.ac.ir

** تلفن: ۳۳۲۴-۸۸۰۱۱۰۰۱ پست الکترونیکی: hami@m odares.ac.ir

چکیده:

ملحوظ نمودن تاثیر پی انعطاف پذیر در بهینه سازی سازه ها نگاه جدیدی است که این مقاله به آن می پردازد. در تحلیل و طراحی سازه ها معمولاً اثر اندرکنش بین پی و قاب سازه ای در نظر گرفته نمی شود. با توجه به اینکه پی به عنوان بخشی از سازه بوده و در باز توزیع نیروهای آن سهم میبشد، در نظر گرفتن اثر اندرکنش بین پی و سازه میتواند تقریبهای زیادی در نتایج تحلیل سازه تولید نماید. در این مقاله، بهینه سازی سازه و پی آن بصورت توأم و با در نظر گرفتن اثر اندرکنش خاک- پی و سازه انجام گرفته است. مسئله بهینه سازی به روش جهت های قابل قبول حل شده است. به منظور مقایسه تاثیر در نظرگیری پی در تحلیل و طراحی بهینه، ابتدا روسازه و پی هر یک بطور جداگانه تحت بارگذاری سازه تحلیل و طراحی بهینه شده اند، در مرحله بعد همان سازه و پی آن بصورت توأم و با در نظر گرفتن اثر اندرکنش بین خاک و سازه مجدداً بصورت بهینه طراحی شده و نتایج آن با حالت قبل مقایسه شده است. نتایج مثالهای طراحی ذکر شده در این مقاله بصورت کمی نشان میدهند که برای سازه ها با پی های انعطاف پذیر منظور نمودن اندرکنش روسازه-پی و خاک امر مهمی است که باید رعایت گردد.

کلید واژه: بهینه سازی، پی انعطاف پذیر، اندرکنش خاک-پی و سازه

۱-مقدمه

بهینه سازی یک پروسه تکراری است که در هر مرحله، جواب (طرح)، نسبت به مرحله قبل کاملتر و به جواب نهایی نزدیکتر می شود. برای کامل شدن طرح، از یک مرحله به مرحله دیگر، طراح باید دانش کافی از نحوه رفتار سازه در اثر تغییر متغیرهای طراحی داشته باشد. در زمانهای گذشته که ابزار محاسباتی قوی در دسترس نبود، تجربه مهندس طراح نقش بسیار اساسی در پیش بینی رفتار سازه و اصلاح متغیرهای طراحی برای رسیدن به طرح بهینه را ایفا میکرد. اکنون با وجود رایانه های قوی و انجام عملیات محاسباتی زیاد در مدت کوتاه با استفاده از حساسیت طرح نسبت به متغیرهای طراحی، میتوان طراحی را به کمک الگوریتمهای بهینه سازی بصورت خودکار انجام داد و روند اصلاح متغیرهای طراحی برای رسیدن به طرح بهینه را به الگوریتم بهینه سازی سپرد تا علاوه بر صرفه جویی در زمان طراحی، صرفه جویی قابل ملاحظه ای

در اجرای طرح بدست آورد. ایده های اصلی وعمده در بهینه سازی سازه ها به دوران گالیله بر میگردد که معیار مقاومت یکنواخت برای شکل بهینه را ارائه کرد و در سال ۱۶۳۸ شکل بهینه یک تیر خمیده را بدست آورد. در طی جنگ جهانی دوم، طراحی اعضاء سازه ای برای هواپیماها با کمترین وزن پیشرفت زیادی کرد. در سالهای ۱۹۵۲ و ۱۹۵۳ کتابهای متعددی برای طراحی اعضاء سازه ای با کمترین وزن تدوین شدند و از آن موقع تاکنون تحقیقات گسترده ای روی بهینه سازی سازه ها انجام گرفته که ذکر همه آنها در حوصله این مقاله نمی گنجد. شرح بسیار مفیدی از تاریخچه این تحقیقات را میتوان در مرجع [۱] یافت. از جمله کارهای موثری که برای بهینه سازی سازه های بزرگ با مقدار قابل ملاحظه ای متغیر طراحی انجام شده است، میتوان به کارهای محرمی در مورد ساختمانهای بتنی [۱] و Chan در مورد سازه های فولادی [۲] اشاره نمود. در سال ۱۹۹۳ محرمی در مورد طراحی بهینه قابهای دو بعدی بتنی تحقیقاتی را انجام داد. تابع هدف در مطالعات وی کمترین مجموع هزینه های بتن، فولاد و قالب بندی بود. متغیرهای طراحی، عرض و ارتفاع مقطع تیرها و ستونها و آرماتورهای طولی آنها در نظر گرفته شده بودند. قیود مساله بهینه سازی، مقاومت اعضاء، تغییر مکان تیرها و تغییر مکان جانبی سازه بودند. او در مطالعات خود، از روش Optimality Criteria برای حل مساله بهینه سازی استفاده نمود. مطالعات Chun-Man-Chan در باره بهینه سازی قابهای بلند فولادی بود. وی نیز در کارهای خود، از روش Optimality Criteria برای حل مساله بهینه سازی استفاده کردند. تابع هدف در این مطالعات کمترین وزن قاب فولادی بوده و متغیرهای طراحی آن سطح مقطع اعضاء بودند. قیدهای مساله بهینه سازی بدلیل بلند بودن ساختمان، تغییر مکان جانبی طبقات بود. در هر دو مطالعات فوق پای ستونها بصورت صلب فرض شده و از اندرکنش بین پی و سازه صرف نظر شده بود. متاسفانه علیرغم جستجوی بسیار، مطالعات زیادی در مورد بهینه سازی پی و خصوصاً "بهینه سازی همزمان پی و روسازه در ادبیات علمی مشاهده نگردید. ذیلاً به ذکر موارد نادر این مطالعات می پردازیم. در سال ۱۹۹۳ در مورد بهینه سازی پی ماشین آلات تحت بارهای هارمونیک تحقیقاتی توسط آقایان Sienkiewicz و Wilczynski انجام گرفت [۳]. در مطالعات انجام شده، یک مدل عددی برای طراحی مینیمم وزن یک فونداسیون مستطیلی شکل تحت نیروهای هارمونیکی قائم ارائه شده است. خاک زیر پی بوسیله فنر و میراگر مدل شده و سیستم پی - خاک بصورت سیستم یک درجه آزادی مدل گردیده است. ابعاد بلوک بتنی به عنوان متغیرهای طراحی فرض شده و قیود مساله شامل فرکانس تشدید، مقدار تغییر مکان قائم پی، تنشهای تولید شده در خاک و ابعاد بلوک بتنی پی می باشند. تابع هدف مساله کمترین وزن بوده و برای حل مساله بهینه سازی از روشهای برنامه ریزی خطی متوالی استفاده شده است. در سال ۲۰۰۲ آقای Arofa و همکارانش در مورد بهینه سازی پی های مرتفع^۱ کار کردند [۴]. ایشان در تحقیقات خویش، بهینه سازی پی های بتن آرمه برای ماشین آلات تحت ارتعاش را بررسی نمودند. ابعاد سازه و آرماتورهای آن متغیرهای طراحی مساله بهینه سازی بوده و تابع هدف کمترین هزینه انتخاب شده بود. هزینه کل برابر مجموع هزینه های بتن، فولاد، قالب بندی و ماله کشی بوده است. قیود مساله در ارتباط با مواد و شکست خاک و همچنین محدودیتهای هندسی و شرایط لازم برای

تامین آرامش افراد بوده است. در این تحقیق نیز تاثیر ماشین آلات روی پی بصورت مستقل مورد توجه بوده است. همانطور که ذکر شد طراحی بهینه سازه ها، برای انواع سازه ها مورد توجه بسیار قرار گرفته است، از آنجمله میتوان در تلاشهای اخیر به تحقیقات آقایان فدایی [5]، محرمی و علوی نسب [6]، Bull و Pitouras [7] اشاره نمود. لیکن طراحی بهینه پی و سازه بصورت توام که منجر به اتوماسیون طراحی پی و سازه و صحت محاسبات و طراحی اقتصادی آن میگردد بسیار کم مورد توجه قرار گرفته است. اهمیت طراحی بهینه پی هنگامی آشکار می شود که تاثیر آن بر بهینه سازی سازه نیز مورد مطالعه قرار گیرد. این کار تاکنون مورد غفلت قرار گرفته است. در این مقاله اتوماسیون و بهینه سازی طراحی کل سازه با در نظر گرفتن اندرکنش پی، خاک و سازه مورد توجه قرار گرفته است.

۲- روش تحقیق

در این تحقیق تاثیر منظور نمودن اندرکنش سازه و پی در بهینه سازی قابهای دو بعدی خمشی فولادی مورد مطالعه قرار گرفته است در مرحله اول طبق روال معمول فقط قاب (روسازه) تحت اثر بارهای ثقلی و جانبی (زلزله) بهینه سازی شده سپس عکس عملهای تکیه گاهی قاب بهینه شده روی پی و خاک زیر آن اعمال و بهینه سازی پی نیز تحت اثر عکس عملهای تکیه گاهی قاب بصورت مجزا و مستقل از روسازه انجام گرفته است. در مرحله بعد روسازه همراه با پی و خاک زیر آن تحت اثر همان بارهای قبلی مجدداً بهینه سازی شده و مقادیر بدست آمده برای متغیرهای طراحی در دو حالت فوق مقایسه گردیده اند. در این تحقیق تابع هدف کمترین هزینه بوده و هزینه کل سازه مجموع هزینه های اعضا سازه ای، هزینه بتن، هزینه آرماتورهای پی و هزینه قالب بندی در نظر گرفته شده است. قیدهای مسئله از نوع قیدهای تنش، تغییر مکان و قیدهای اندازه ای هستند. قیدهای تنش شامل اندرکنش فشار و خمش در ستونها، خمش در تیرها، خمش در پی، برش در پی و تنش در خاک میباشند. چون در قیدهای مسئله، مدول مقطع و ممان اینرسی اعضا سازه ای دخالت دارند، بنابراین رابطه هایی برای مدول مقطع و ممان اینرسی اعضا با سطح مقطع آنها بدست آمده است تا با استفاده از این روابط برای هر عضو تنها با یک متغیر طراحی سر و کار داشته باشیم. در این تحقیق برای حل مسئله بهینه سازی از روش جهت های قابل قبول (Feasible direction) استفاده شده است. برای فرمولبندی مسئله بهینه سازی ابتدا با طرح اولیه، سیستم (خاک-پی و سازه) تحلیل می شود. سپس نیروهای اعضا بدست آمده با مقادیر مجاز مقایسه و قیود فعال و بالقوه فعال مساله شناسایی میگرددند. سپس با استفاده از الگوریتم بهینه سازی جهت حرکت بسوی سازه و پی بهینه شناسایی میشود و ابعاد جدیدی برای اعضا بدست می آید. با استفاده از ابعاد جدید بدست آمده روند فوق تکرار میشود و این روند تکراری آنقدر ادامه می یابد تا جوابها همگرا شوند.

۳- تعریف مسئله بهینه سازی

فرم کلی یک مسئله بهینه سازی بصورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned} \text{Min. } Z &= f(x_i) & i=1, N_{dv} \\ \text{St. } g_j(x_i) &\leq 0 & j=1, N_{con} \\ (x_i)_l &\leq x_i \leq (x_i)_u \end{aligned}$$

که در آن Z تابع هدف است، x_i متغیرهای طراحی بوده و $(x_i)_l$ و $(x_i)_u$ حد بالا و پایین آنها هستند. g_j قيود رفتاری شامل قیدهای تنش و تغییر مکان هستند N_{dv} تعداد متغیرهای طراحی و N_{con} تعداد قيود می باشند. در مورد هر یک از پارامترهای فوق در زیر توضیحات اجمالی ارائه شده است.

۳-۱- تابع هدف

در این تحقیق تابع هدف، حداقل هزینه کل سازه میباشد. هزینه کل سازه شامل هزینه اعضاء سازه ای فولادی، هزینه بتن، هزینه آرماتورهای پی و هزینه قالب بندی پی میباشد. و بصورت تابعی از b عرض پی، ارتفاع پی، $(A_s)_k$ آرماتورهای پی و A_l سطح مقطع اعضاء سازه ای فولادی بصورت زیر تعریف میشود:

$$Z = f(b, h, (A_s)_k, A_l)$$

۳-۲- متغیرهای طراحی

همچنانکه اشاره شد متغیرهای طراحی در این پژوهش، عرض پی (b)، ارتفاع پی (h)، آرماتورهای پی (A_s) و سطح مقطع اعضاء سازه ای فولادی (A) می باشند. برای اعضاء سازه ای از پروفیل‌های INP استفاده شده است. برای انجام فرایند بهینه سازی برای هر عضو سازه ای سطح مقطع آن به عنوان متغیر طراحی منظور شده و رابطه ممان اینرسی و مدول خمشی مقطع با سطح مقطع پروفیلها از طریق برازش منحنی بصورت زیر بدست آمده و استفاده شده است [۸].

$$I = 1.2136 \times A^{2.1169}$$

$$S = 0.9073 \times A^{1.5491}$$

۳-۳- قيود مسئله

در این تحقیق کلیه قيود رفتاری و اندازه ای در نظر گرفته شده اند. قيود رفتاری، قیدهای تنش و تغییر مکان بوده و قیدهای اندازه ای، حدهای بالا و پایین متغیرهای طراحی میباشد. قیدهای تنش شامل قیدهای اندرکنش فشار و خمش برای ستونها، قیدهای تنش خمشی برای تیرها (مطابق مبحث دهم مقررات ملی ساختمان ایران) [۹]، قیدهای خمش و برش برای پی (مطابق با آیین نامه بتن آمریکا) [۱۰] و قیدهای تنش مجاز خاک میباشد. قیدهای تغییر مکان با توجه به حداکثر تغییر مکان مجاز مطابق آیین نامه ۲۸۰۰ ایران [۱۱] محاسبه و منظور شده اند.

۴- آنالیز حساسیتها

مشکلی که در بهینه سازی سازه ها از ابتدا جلوه مینماید، عدم وجود روابط ریاضی صریح برای قيود طراحی است. برای بیان رابطه صریح قيود با متغیرهای طراحی معمولاً از بسط مرتبه اول سری تیلور استفاده می شود. برای استفاده از بسط تیلور نیازمند محاسبه گرادیان قيود (مشتق قيود نسبت به تمام متغیرهای طراحی) میباشیم. با داشتن این مشتقات (حساسیتها) اولاً قیدهای رفتاری سازه را بر اساس بسط مرتبه اول

سری تیلور بصورت صریح بیان می شوند و ثانیاً با استفاده از این حساسیتها میتوان الگوریتم بهینه سازی مرتبه اول را بنا نموده و طرح بهینه سازه مورد نظر را طی یک فرآیند بهینه سازی بدست آورد.

۴-۱- حساسیت تغییر مکانها

تحلیل سازه ها به روش سختی با رابطه زیر انجام میشود:

$$\underline{\mathbf{K}} \vec{\Delta} = \vec{\mathbf{P}}$$

که در آن $\vec{\Delta}$ بردار تغییر مکان گرهی بوده و $\vec{\mathbf{P}}$ بردار نیروهای خارجی است. با مشتق گیری از رابطه فوق نسبت به متغیرهای طراحی x_i رابطه زیر حاصل میشود:

$$\frac{\partial \underline{\mathbf{K}}}{\partial x_i} \vec{\Delta} + \underline{\mathbf{K}} \frac{\partial \vec{\Delta}}{\partial x_i} = \frac{\partial \vec{\mathbf{P}}}{\partial x_i}$$

که میتوان آنرا بصورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial \vec{\Delta}}{\partial x_i} = \underline{\mathbf{K}}^{-1} \left[\frac{\partial \vec{\mathbf{P}}}{\partial x_i} - \frac{\partial \underline{\mathbf{K}}}{\partial x_i} \vec{\Delta} \right]$$

در این رابطه $\vec{\Delta}$ و $\underline{\mathbf{K}}^{-1}$ از تحلیل اولیه سازه بدست می آیند. تغییرات بارهای خارجی نسبت به متغیرهای طراحی می باشد که در این تحقیق بارهای خارجی وارد بر سازه ثابت فرض می شوند و لذا مشتق آنها نسبت به متغیرهای طراحی برابر صفر است.

۴-۲- حساسیت نیروهای داخلی

در حالت تحلیل استاتیکی نیروهای داخلی از رابطه زیر بدست می آیند:

$$\vec{f}_{ij} = \underline{k}_{ij}^j \cdot R_{ij} \cdot \vec{\Delta}_i + \underline{k}_{ij} \cdot R_{ij} \cdot \vec{\Delta}_j$$

که در آن \vec{f}_{ij} نیروی داخلی عضو ij ، \underline{k}_{ij} ، ماتریس سختی گره i در اثر تغییر مکان گره i ، \underline{k}_{ij}^j ، ماتریس سختی گره i در اثر تغییر مکان گره j بوده و R_{ij} ، ماتریس تبدیل از دستگاه مختصات سیستم به مختصات محلی در انتهای i از عضو ij است. با مشتق گیری از رابطه فوق نسبت به متغیرهای طراحی، حساسیت نیروهای داخلی از رابطه زیر قابل محاسبه می باشد:

$$\frac{\partial \vec{f}_{ij}}{\partial x_m} = \left[\frac{\partial \underline{k}_{ij}^j}{\partial x_m} R_{ij} \vec{\Delta}_i + \underline{k}_{ij}^j R_{ij} \frac{\partial \vec{\Delta}_i}{\partial x_m} \right] + \left[\frac{\partial \underline{k}_{ij}}{\partial x_m} R_{ij} \vec{\Delta}_j + \underline{k}_{ij} R_{ij} \frac{\partial \vec{\Delta}_j}{\partial x_m} \right]$$

۴-۳- حساسیت قیود

با استفاده از حساسیت تغییر مکانها و حساسیت نیروهای داخلی، براحتی میتوان حساسیت قیود را محاسبه کرد. به عنوان مثال در مورد پی، حساسیت قید تنش برشی بصورت زیر نوشته میشود:

$$g = \frac{V_u}{0.85 \times 0.53 \times \sqrt{f_c'} \times b \times (h - 8)}$$

بامشتق گیری از رابطه فوق نسبت به هر متغیر دلخواه (h یا b) می توان حساسیت تنش برشی را بدست آورد:

$$\frac{\partial g}{\partial x_i} = \frac{\partial V_u}{\partial x_i} \times \frac{1}{0.85 \times 0.53 \times \sqrt{f'_c} \times b \times (h-8)} - \frac{V_u \times \left[0.85 \times 0.53 \times \sqrt{f'_c} \times \left(\frac{\partial b}{\partial x_i} \times (h-8) + b \times \frac{\partial h}{\partial x_i} \right) \right]}{\left[0.85 \times 0.53 \times \sqrt{f'_c} \times b \times (h-8) \right]^2}$$

به طریق مشابه برای تمام قیدها میتوان مشتقات نسبت به متغیرهای طراحی را محاسبه نمود.

۵- مثال حل شده

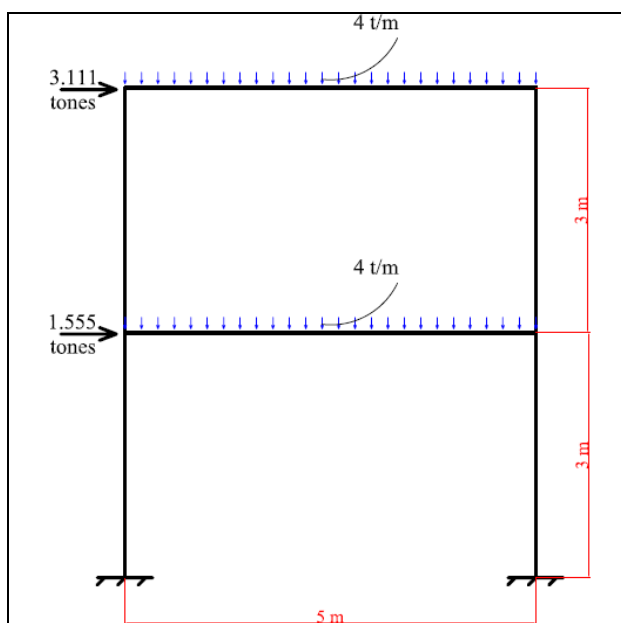
برای بررسی بهتر تاثیر اندرکنش سازه-پی و خاک در نتایج بهینه سازی یک سازه، مثالی در این قسمت آورده شده است. در این مثال، پی سازه بصورت نواری فرض شده و تابع هدف، هزینه کل پی و روسازه در نظر گرفته شده است. در محاسبه هزینه کل، هزینه های بتن، آرماتور، قالب بندی و هزینه قاب روسازه منظور شده است.

مثال: قاب دو طبقه یک دهانه

در شکل (۱) یک قاب دو طبقه یک دهانه که تحت اثر بارهای ثقلی و جانبی قرار دارد نشان داده شده است. این سازه ابتدا بصورت پای گیردار طراحی بهینه شده، سپس عکس عملهای تکیه گاهی روی پی قرار گرفته و پی نیز بصورت مستقل از سازه بهینه سازی شده است. در حالت بعد سازه با پی و خاک زیر آن بصورت توام تحت همان بارگذاری و همان قیدها بهینه سازی شده و نتایج بهینه سازیها در جدول (۱) آورده شده است همچنانکه در این مثال ملاحظه می شود، هزینه طراحی با در نظر گرفتن اندرکنش سازه و پی و بهینه سازی توام سازه با پی، نسبت به حالتیکه طراحی بصورت جداگانه صورت میگیرد کاهش ۵/۸۵ درصدی داشته است. برای مثال حل شده در این مقاله، نمودار هزینه های پی، روسازه و مجموع پی و روسازه در طی فرایند بهینه سازی برای دو حالت با و بدون در نظرگیری اثراندرکنش بین آنها رسم شده است. با توجه به این نمودارها مشخص میشود که منظور نمودن اثر اندرکنش، باعث کاهش هزینه پی، روسازه و هزینه کل شده است. با توجه به جدول ۱ و شکل ۲ معلوم میگردد که در نظرگیری اثر اندرکنش بین پی و روسازه در بهینه سازی، میتواند باعث تغییرات زیادی در مقادیر متغیرهای طراحی و مقدار تابع هدف گردد.

۶- نتیجه گیری

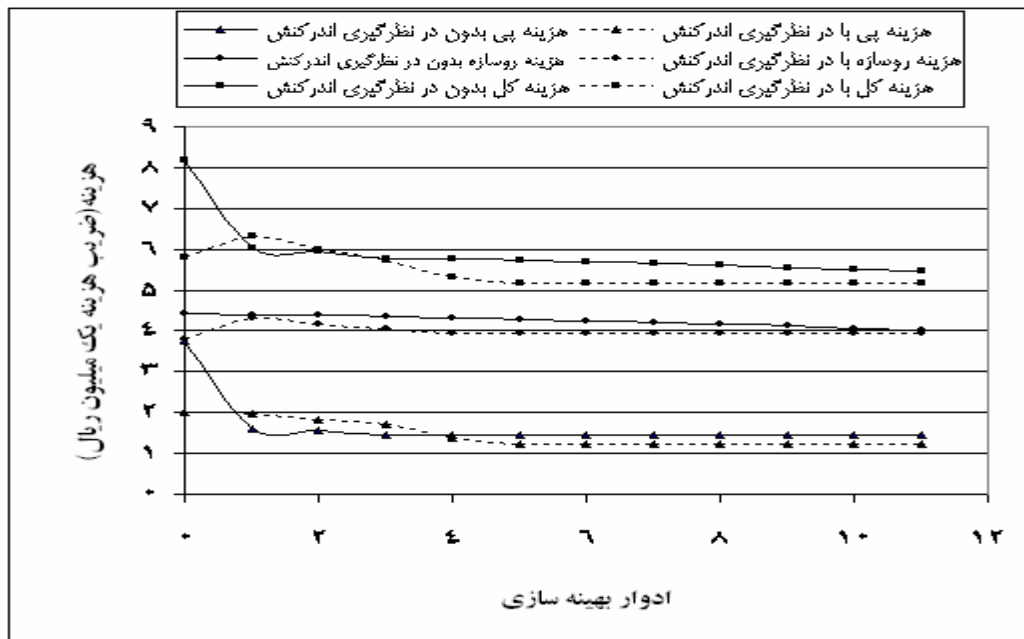
با عنایت به اینکه پی بخشی از سازه است، و اجزاء یک سازه با هم اندرکنش دارند و تغییر ابعاد یک قسمت از سازه روی نیروهای قسمتهای دیگر اثر میگذارد، پی میتواند با سایر اعضا سازه ای اندرکنش داشته باشد، لازم است اندرکنش پی و سازه در تحلیل و طراحی آنها مورد توجه قرار گیرد. این امر، بخصوص در مسئله بهینه سازی حائز اهمیت میباشد، زیرا بهینه سازی نمیتواند بر مبنای ساده سازیهای فراوان و یا بر رفتار غیر طبیعی که اصل بهینه سازی را زیر سوال می برد بنا شود. مثال ذکر شده در این مقاله نشان میدهد که در نظرگیری اثر اندرکنش میتواند نتایج بهینه سازی (متغیرهای طراحی و تابع هدف) را به مقدار قابل توجهی تغییر دهد. نتایج این مثال بیانگر این موضوع است که در نظرگیری اثر اندرکنش، منجر به اقتصادی تر شدن طرح شده و باعث کاهش مقدار تابع هدف میشود. بطوریکه تابع هدف در مثال قاب دو طبقه ذکر شده در این مقاله به میزان ۵/۸۵ درصد بواسطه در نظرگیری اثر اندرکنش کاهش داشته است.



شکل ۱: قاب دو طبقه یک دهانه

جدول ۱: نتایج بهینه سازی قاب دو طبقه یک دهانه

متغیرهای طراحی	قاب بصورت مجزا	پی بصورت مجزا	قاب و پی بصورت توام
عرض پی (cm)	-----	۷۴	۷۷
ارتفاع پی (cm)	-----	۴۸	۴۰
مساحت آرماتورهای بالا و پایین پی	-----	۱۳/۸	۱۱/۵
مساحت ستونهای طبقه اول (cm ²)	۴۷/۶۴	-----	۴۱/۹۲
مساحت ستونهای طبقه دوم (cm ²)	۶۲/۴۲	-----	۶۲/۹۸
مساحت تیرهای طبقه اول (cm ²)	۶۴/۲۳	-----	۶۴/۲۳
مساحت تیرهای طبقه دوم (cm ²)	۵۵/۲۴	-----	۵۵/۵۸
تابع هدف (هزینه)	۴۰۲۴۵۹	۱۴۳۳۷۶	۵۱۵۶۵۶



شکل ۲: نمودار هزینه های پی و روسازه در طی روند بهینه سازی برای قاب دوطبقه یک دهانه

۷- مراجع

- 1- Moharrami, H., 1993, Design Optimization of Reinforced Concrete Bulding Frameworks ,*Ph.D. Thesis, Civil Engineering, Univrwsity of Waterloo , Canada.*
- 2- Chan, C. M., 1993, An Automated Resizing Technique for Design of Tall Steel Bulding Frameworks ,*Ph.D. Thesis, Civil Engineering, Univrwsity of Waterloo , Canada.*
- 3- Sienkiewicz, Z., Wilczynski, B., 1993, Minimum weight design of machine foundation under vertical load, *Journal of engineering mechanics, Vol.119, No.9, PP. 1781-1797.*
- 4- Marcelo A.Silva ,Jasbir S.Arora ,Colby C.Swan, Reyolando M.L.R.F.Brasil, 2002 ,Optimization of Elevated concrete foundations for vibrating machines, *journal of structural engineering , PP.1470-1479.*
- 5- Fadaee, M. J., 1996, Design Optimization of Three Dimensional Reinforced Concrete Structures ,*Ph.D. Thesis, Civil Engineering, Univrwsity of Waterloo , Canada.*
- 6- Moharrami, H., Alavi nasab, S.A., 2001, Design Optimization of Seismic-Resistant Steel Frames , *Proceeding of The Eighth International Conference on Civil & Structural Engineering Computing, Eisenstadt-Vienna Austria.*
- 7- Bull, J.W., Pitouras, Z., 2001, Self-Designing Structures ,*Civil and Structural Engineering Computing , PP.235-260.*
- ۸- علوی نسب، س.ع. ، بهینه سازی قابهای دو بعدی فلزی تحت اثر زلزله " پایان نامه کارشناسی ارشد عمران(سازه) ، ۱۳۷۸ ، دانشکده فنی ، دانشگاه تربیت مدرس تهران .
- ۹- مقررات ملی ساختمان ایران ، مبحث دهم " طرح و اجرای ساختمانهای فولادی " ، وزارت مسکن و شهرسازی.
- 10-ACI 336-2R-88, 2002, Suggested analysis and design procedures for combined footing and Mats, Reported by ACI committee 336.
- ۱۱- آئین نامه طرح ساختمانها در برابر زلزله ، استاندارد ۲۸۰۰ ویرایش ۲، آذر ماه ۱۳۷۸ / مرکز تحقیقات ساختمان و مسکن.