

بهینه‌سازی تقویتی‌ها در صفحات مستطیلی شکل تحت اثر بارگذاری برشی

رضا ورشوی*

دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

محمد مهدی علی‌نیا

استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

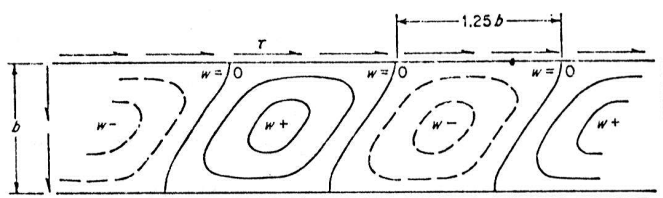
چکیده

صفحات از جمله اجزاء تشکیل دهنده سازه‌های جدار نازک می‌باشند که به دلیل شکل پذیری، کوچک بودن ضخامت و سبکی کاربرد بسیار گسترده‌ای در مهندسی سازه، مکانیک، کشتی سازی و هوافضا دارند. بسیاری از این سازه‌ها تحت اثر نیروی برشی قرار می‌گیرند، مانند جان تیر ورقها و دیوارهای برشی فولادی. دیوارهای برشی فولادی امروزه کاربرد گسترده‌ای در غالب سیستم مقاوم جانبی پیدا کرده‌است. از اینرو بهینه‌سازی وزن این سازه‌ها صرفه جویی اقتصادی زیادی به همراه خواهد داشت. استفاده از تقویتی بجای استفاده از صفحات ضخیم، جهت افزایش مقاومت سازه مرسوم بوده و در این راستا بهینه‌سازی عواملی مانند ابعاد و شکل سخت کننده‌ها بسیار با اهمیت می‌باشد هدف این مقاله بهینه‌سازی ابعاد و شکل تقویتی در صفحات مستطیلی شکل تحت اثر نیروی برشی به کمک نرم افزارهای اجزاء محدود می‌باشد. ابتدا اثر تقویتی مستطیلی در کمانش برشی صفحه مورد بررسی قرار می‌گیرد و سپس مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از صفحات مختلف مدل شده با ابعاد متنوع صورت می‌گیرد و در نهایت روابطی برای تعیین پارامترهای هندسی بهینه تقویتی پیشنهاد می‌گردد همچنین روابطی برای تعیین میزان افزایش پارامتر مقاومتی صفحه ارائه می‌گردد. در انتها، این روابط برای تقویتی‌های مختلف با اشکال متفاوت تعمیم داده شده و نحوه به دست آوردن ابعاد بهینه این نوع تقویتی‌ها شرح داده شده‌است و پس از جمع‌بندی نتایج، پیشنهادهایی برای بهینه‌سازی تقویتی ارائه شده‌است.

کلمات کلیدی: بهینه‌سازی - صفحه - صفحه مستطیلی - تقویتی - برش

۱. بررسی کمانش صفحه بدون تقویتی

صفحه‌ای که تحت تاثیر برش خالص قرار دارد، ممکن است به علت به وجود آمدن تنش‌های فشاری در امتدادهایی که با



لبه‌های آن زاویه زاویه ۴۵ می‌سازند، ناپایدار شود. هر گاه این تنش‌ها به اندازه کافی افزایش یابند؛ کمانش اتفاق می‌افتد. وجود یک زاویه ۴۵ درجه بین مولفه فشاری تنش و لبه‌های صفحه مستطیل شکل باعث می‌شود که خطوط هم خیز نسبت به

لبه‌های صفحه دارای زاویه‌ای تقریباً ۴۵ درجه باشند. منظور از خط هم خیز منحنی گذرنده از نقاط با خیز یکسان می‌باشد. در

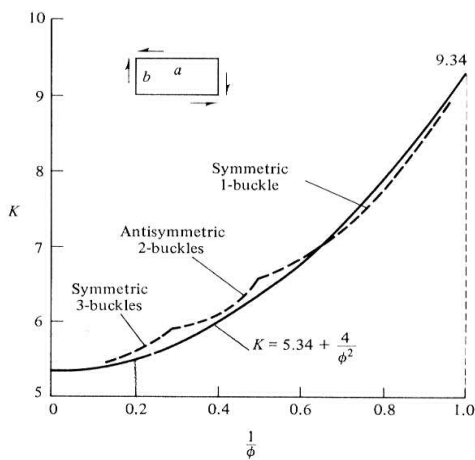
* E-mail: r_varshovi@hotmail.com

شکل ۲ خطوط هم خیز یک صفحه با تکیه گاههای مفصلی تحت اثر برش خالص نشان داده شده است صفحه مذکور دارای نسبت اضلاع $\frac{a}{b}$ می باشد. همان طوری که در این شکل مشاهده می شود خطوط هم خیز نسبت به لبه های صفحه چرخیده اند، علاوه بر آن طول نیم موج کمانش در این حالت $1.25b$ می باشد.
معادله دیفرانسیل حاکم بر کمانش صفحه فوق عبارتست از:

$$D\nabla^4\omega - 2N_{xy}\frac{\partial^2\omega}{\partial x\partial y} = 0 \quad (a)$$

با فرض فوق سوتول (SOUTHWELL) و اسکن (SKAN) این مسئله را برای صفحه متکی بر تکیه گاههای مفصلی (در $y=0, y=b$) و صفحه متکی بر تکیه گاههای گیردار (در $y=0, y=b$) حل کرده اند. تکیه گاههای $(x=0, x=a)$ با فاصله بسیار زیاد از یکدیگر انتخاب شده اند به طوریکه نسبت اضلاع a/b عملاً بزرگتر از ۱۰ می باشد. در این صورت شرایط مرزی مربوط به تکیه گاههای $(x=0, x=a)$ مستقیماً در حل مسئله وارد نشده ولی در انتخاب تابع تغییر شکل تاثیر گذارده است. جوابی که آنان برای صفحات نواری شکل به دست آورده اند عبارتست از:

$$(N_{xy})_{cr} = k\frac{\pi^2 D}{b^2} \quad (b)$$



شکل ۲- ضریب کمانش برای صفحه با تکیه گاه ساده در برش

در این معادله k ضریب کمانش برشی بوده و برای تکیه گاههای مفصلی $k=5.35$ و برای تکیه گاههای گیردار $k=8.98$ به دست آمده است. برای صفحات با ابعاد کوچکتر و با نسبت $1 < (a/b) < 10$ روش فوق را نمی توان به کار برد. برای این نوع صفحات، روش های تقریبی به عنوان تنها راه حل مسئله قلمداد می شوند. اشتاین (STEIN) و نف (NEFF) مسئله کمانش صفحه متکی بر چهار تکیه گاه مفصلی تحت اثر بارگذاری برشی را با روش های عددی حل کرده اند. حاصل کار آنها منحنی نشان داده شده در شکل ۲ می باشد. منحنی مربوط به صفحه متکی بر تکیه گاههای گیردار نتیجه زحمات بودیانسکی و کانر (CONNOR) بوده که با استفاده از روش های عددی به دست آورده اند. کلیه روش هایی که برای محاسبه بار بحرانی صفحات تحت تاثیر بار گذاری برشی ابداع شده اند؛ چه دقیق و چه تقریبی، به رابطه (۳-۵) رسیده اند. بنابراین تنش برشی کمانش ایده ال صفحه τ_{cr} برابر است با:

$$\tau_{cr} = k_t \frac{\pi^2 D}{b^2} = k_t \cdot \sigma_e \quad \sigma_e = \frac{\pi^2 D}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (c)$$

با استفاده از نمودار شکل ۲، مقدار ضریب کمانش برشی صفحات از روابط زیر بدست خواهد آمد؛

$$k_t = 5.35 + 4/\phi^2, \phi > 1$$

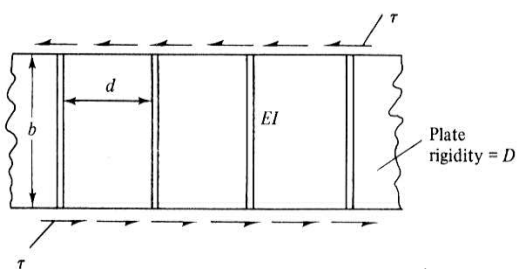
$$k_t = 4 + 5.35/\phi^2, \phi < 1$$

و در حالت صفحه با چهار لبه گیردار، ضریب کمانش برشی با استفاده از روابط زیر بیان می شود:

$$k_t = 8.98 + 5.6/\phi^2, \phi > 1 \quad k_t = 5.6 + 8.98/\phi^2, \phi < 1$$

۲. تنش بحرانی صفحه مستطیلی تقویت شده در برش

بررسی کمانش خطی برشی یک صفحه دراز نامحدود و با شرایط انتهایی ساده در طول لبه های آن که با تقویت کننده های عرضی تقویت شده (شکل ۵) و از مقاومت پیچشی آن صرف نظر شده برای اولین بار توسط استین و فرالیچ (Stein & Fralich) مطرح شد که بعدها کوک و راک (Cook and Rocky) روش آنها را کلیت بخشیدند. چنانچه سختی خمشی تقویت کننده ها کم بوده و فاصله آنها از هم

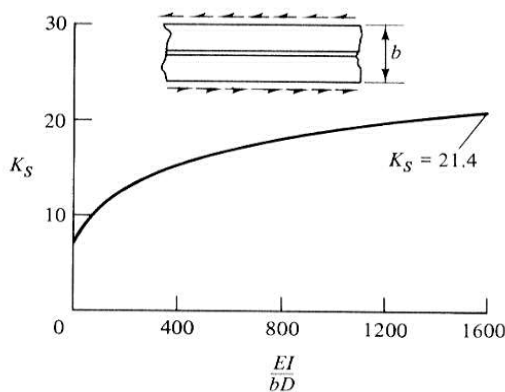


شکل ۳- صفحه با تقویت کننده های عرضی در برش

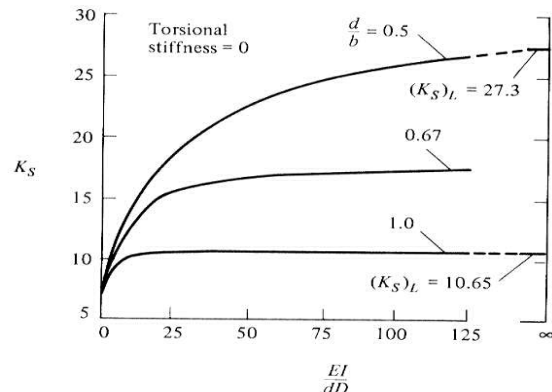
کم باشد، می‌توان فرض کرد که شکل کمانش متأثر از فاصله بین تقویتی‌ها نبوده و صفحه بصورت سیستمی با سختی‌های مختلف در جهت طولی و تحت برش بررسی می‌گردد. در بیشتر سازه‌ها، سختی خمشی تقویتی‌های عرضی به نحوی طراحی می‌گردد که مدهای کمانشی بصورت متقارن یا نامتقارن نسبت به نقطه میانی هر دهانه تولید شود. با استفاده از توابع تغییر مکانی که این مدهای کمانشی را نیز در برمی‌گیرد و با محاسبه انرژی پتانسیل کل با قرار دادن این توابع در عبارت مربوط به انرژی کرنشی داخلی صفحه و تقویت کننده‌ها منجر به مجموعه‌ای از دستگاه معادلات می‌گردد. برای بدست آوردن ملاک پایداری، دترمینان ضرایب ماتریس مربوط را برابر صفر قرار می‌دهند. تنش بحرانی کمانشی خطی به شکل زیر داده شده است.

$$\tau_{cr} = \frac{k_s \pi^2 D}{tb^2} \quad (14)$$

مقادیر k_s برای سه نسبت d/b فاصله در شکل ۴ نشان داده شده است. منحنی‌های برش پائین منحنی‌های مربوط به منحنی‌های مدهای کمانشی مجزا می‌باشند. مقدار حدی k_s که با $(K_s)_L$ بیان می‌شود، نشان داده شده است. این مقادیر موقعی که $EI/Dd \rightarrow \infty$ میل نماید؛ بدست می‌آید. ضرایب کمانش برای صفحه با تکیه‌گاههای گیردار در لبه و برای صفحه‌هایی با تقویتی‌هایی با سختی پیشگی بالا توسط بولسون (Bulson) بدست آمده است.



شکل ۵- ضرایب کمانشی برشی برای صفحات با یک تقویت کننده‌های طولی



شکل ۶- ضرایب کمانشی برشی برای صفحات با تقویت کننده‌های عرضی

اگر یک صفحه دراز با تکیه‌گاه‌های مفصلی در لبه‌ها توسط یک تقویتی طولی در وسط تقویت گردد، رابطه بین k_s و EI/bD (در این مورد EI/dD) در شکل ۵ نشان داده شده است.

توجه گردد که مقدار ماکزیمم k_s برابر $21/4$ برابر ضریب کمانش برشی یک صفحه با تکیه‌گاه ساده و به عرض $b/2$ می‌باشد. راکی و کوک تنش کمانشی الاستیکی بحرانی برای صفحه تقویت شده دراز با تقویت کننده‌های عرضی و به فواصل مساوی از هم با یک تقویت کننده طولی در وسط را نیز بدست آوردند.

۳. تحلیل کمانش صفحات به کمک اجزاء محدود

کمانش المانهای میله‌ای، قابی، صفحه‌ای و پوسته‌ها ممکن است بر اثر نیروهای غشایی سازه ایجاد گردد. نیروهای عضو در راستای محور عضو عمل کرده و بر صفحات و پوسته‌ها در راستای سطح میانی مماس می‌باشد. نیروهای غشایی در یک میله (یا ستون) نیروی محوری می‌باشد. در حالت بحرانی، موقع کمانش، انرژی کرنشی غشایی به لحاظ عددی برابر با انرژی کرنشی خمشی می‌گردد. اثر نیروهای غشایی بوسیله ماتریس $[k_\sigma]$ بحساب آورده می‌شود. ماتریس $[k_\sigma]$ به اسامی مختلف زیر بیان شده است: ماتریس سختی اولیه، ماتریس سختی دیفرانسیلی، ماتریس سختی هندسی و ماتریس ضرایب پایداری. ماتریس $[k_\sigma]$ بوسیله هندسه المان، محدوده تغییر مکان و حالت تنش بیان می‌شود. بنابراین، بستگی به ویژگی‌های الاستیکی دارد. ماتریس صفحه کامل را با افزودن تمامی اجزای سختی‌ها و ماتریس‌های ضرایب پایداری می‌توان بدست آورد. تنش بحرانی کمترین مقدار معادله مشخصه زیر است.

$$|K + K_\sigma| = 0$$

عبارت مربوط به $[K_\sigma]$ مقادیر تنش‌های $\tau_{xy}, \sigma_y, \sigma_x$ که در $[\sigma]$ نمایان است؛ دربرمی‌گیرد. محاسبه $[K_\sigma]$ برای حالت واحد آسان است، که تحت عنوان ماتریس $[K_\sigma]$ مشخص می‌گردد و سپس عامل تشدید دهنده‌ای مانند F به مقادیر تنش‌ها می‌رساند. معادله (۲۰) را می‌توان بصورت زیر نوشت.

$$|K + F.K_s| = 0$$

ضریب F ، که تنش کمانش را می‌دهد، با انتخاب مقدار اولیه کم و افزایش آن در گام‌های کم و ارزیابی عامل جدید در هر بار قابل محاسبه می‌باشد. به عنوان نتیجه می‌توان مقدار حداقل صفر برای معادله (۲۱) در گام اول انتخاب نمود. آنالیز بالا حاصل کار کاپور (Kapur) و هارتز (Hartz)، زینکویچ (Zienkiewicz) و راکی و همکاران (Rocky) می‌باشد. برای صفحه مربعی با تکیه‌گاه ساده تحت بار یکنواخت فشاری در راستای لبه، کاپور و هارتز جدول زیر را به عنوان رابطه‌ای بین اندازه شبکه و مقدار ضریب کمانشی ارائه داده‌اند.

Grid size	3×3	4×4	6×6	8×8	10×10	12×12
K	3.645	3.77	3.887	3.933	3.96	3.977

باید توجه داشت که مقدار K پاسخ حد پایین بوده و توصیه شده است. این امر بعلت اینست که ماتریس سختی و ضرایب پایداری بر اساس تغییر مکان سطح محاسبه می‌گردند که در حد فاصل لبه‌ها ناپیوستگی در امتداد لبه وجود دارد. بعلت وجود این امر در شرایط مرزی، این روش بنظر می‌رسد که برای حالت بارگذاری قائم با حل کران پایین ترفتنز (Treffitz) مطابقت دارد.

۴. کمانش صفحه با تقویتی مستطیلی شکل

به دلیل تعداد مدلسازی‌های زیاد که بایستی انجام می‌گرفت چند برنامه برای انجام تحلیل در حالت بدون تقویتی و با انواع و تعداد تقویتی‌های مختلف نوشته شد. برنامه *ANSYS 5.4* این امکان را به کاربر می‌دهد که علاوه بر مدلسازی گرافیکی، به صورت برنامه نویسی در زبان *APDL* نیز بتوان مدل سازه را تولید و تحلیل نمود. این امر بخصوص در مواردی که سازه از پیچیدگی هندسی خاصی برخوردار است و یا تعداد مدلسازی که بایستی انجام داد بسیار زیاد باشد کمک شایانی به کاربر می‌کند. برای اطمینان از نتایج فایل‌های نوشته شده در *ANSYS* با نتایج تئوری صفحات در کتب مرجع ۶ و ۷ مورد مقایسه قرار گرفت. برای به دست آوردن نتایج به دست آمده در این مقاله حدود ۱۲۰۰ صفحه مدلسازی و بررسی شده است.

الف- بررسی اثر یک تقویتی بر روی کمانش صفحه

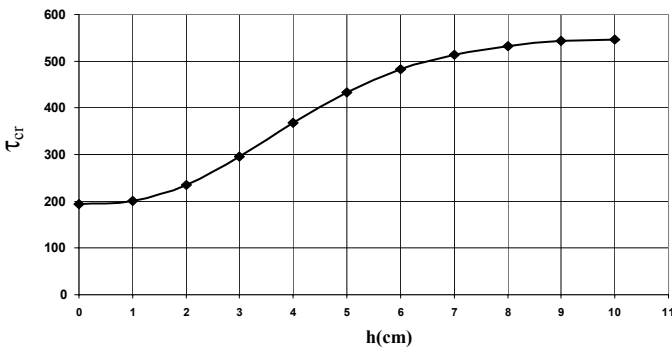
ایده اساسی استفاده از سخت کننده‌ها در پایدار نمودن صفحات در مقابل کمانش، افزایش متناسب صلبیت خمشی آنها می‌باشد زیرا صلبیت خمشی همواره حاکم بر وضعیت پایداری عنصر شناخته می‌شود. مطالعات اقتصادی در اغلب موارد نشان می‌دهند که برای ازدیاد صلبیت خمشی صفحه به جای افزایش ضخامت آن بهتر است که آن را در محل‌های لازم با تعبیه سخت کننده‌های مناسبی مقاوم نمود. بدین ترتیب توزیع بهتری از مصالح در مقطع به عمل آمده و بدون افزایش قابل توجه وزن آن صلبیت خمشی صفحه زیاد شده است. افزایش مقاومت صفحه در مقابل کمانش از دو طریق امکان پذیر است:

۴-۱. افزایش ضریب کمانش

این حالت با بکارگیری سخت کننده‌های انعطاف پذیر که به صفحه مادر اجازه می‌دهد به همراه سخت کننده‌های خود کمانش کند، افزایش مقاومت صفحه در مقابل کمانش میسر است. در این حالت صفحه سخت شده ضریب کمانش بزرگتری نسبت به حالت صفحه سخت نشده اولیه خود دارا می‌باشد. در اینحالت می‌توان گفت که شکل کمانش در این وضعیت نسبت به صفحه سخت نشده اولیه تغییری نمی‌کند.

۴-۲. افزایش تنش کمانش اویلر

این راه حل با بکارگرفتن سخت کننده‌های نسبتاً صلب میسر است، این سخت کننده‌ها به قدری صلب هستند که می‌توانند مد کمانش صفحه را عوض کنند. در این حالت صفحه به صورت دو صفحه کوچکتر مستقل از یکدیگر کمانش می‌کند (هرکدام به طول $a/2$). در این حالت بسته به ابعاد صفحه تنش کمانش اویلر افزوده می‌شود و ضریب کمانش صفحه نیز تغییر می‌یابد

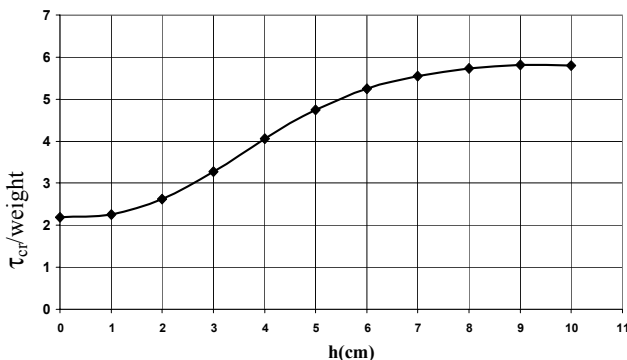


شکل ۶- تنش کمانش برشی برای صفحه با تقویتی عرضی

انتخاب هر کدام از دو راه حل فوق که به صورت کیفی مطرح شد به عهده شخص طراح و بنا بر ملاحظات اقتصادی می‌باشد. در ادامه این فصل مباحث فوق را با جزئیات بیشتر و به صورت کمی بررسی خواهیم نمود. شکل ۶ نمودار اثر ارتفاع تقویتی در افزایش تنش برشی بحرانی نشان می‌دهد همانطور که در این نمودار مشخص است تععر منحنی در ابتدا به سمت بالا و سپس جهت تععر عوض می‌شود. شکل ۹ اثر ارتفاع تقویتی در افزایش نسبت تنش برشی بحرانی به وزن صفحه و تقویتی را نشان می‌دهد.

ب- ملاک‌های بهینه سازی و ارائه رابطه بهینه سازی کلی

در قسمت قبل دیدیم که سیر افزایش تنش برشی بحرانی صفحه با افزایش ارتفاع تقویتی ابتدا کند بوده و سپس تا تغییر مد کمانش صفحه سیر صعودی داشته و به محض تغییر مد کمانش صفحه، روند افزایش تنش برشی بحرانی کاهش می‌یابد. با توجه به نمودارهای به دست آمده ارتفاعی که در آن صفحه تغییر مد داده و در این نقطه تععر منحنی عوض می‌شود به عنوان نقطه بهینه در نظر گرفته می‌شود چون افزایش ارتفاع تقویتی بعد از این نقطه افزایش قابل توجهی را در مقدار تنش بحرانی برشی نتیجه نمی‌دهد. برای یافتن این نقطه در هر نمونه با افزایش ارتفاع از صفر تا حد مورد نظر و رسم نمودار شیب منحنی در هر نقطه، نقطه بهینه که نقطه ماکزیمم این نمودار می‌باشد به دست می‌آید. در حقیقت بعد از این نقطه شیب منحنی تنش برحسب ارتفاع تقویتی روبه کاهش می‌گذارد. بدین ترتیب برای هر نمونه ارتفاع بهینه مورد نظر به دست خواهد آمد. در این مرحله از کار به دلیل اینکه ارتفاع بهینه از روی نمودارهای مربوطه استخراج می‌شود؛ مقداری خطا در برآورد دقیق این نقطه وجود دارد.

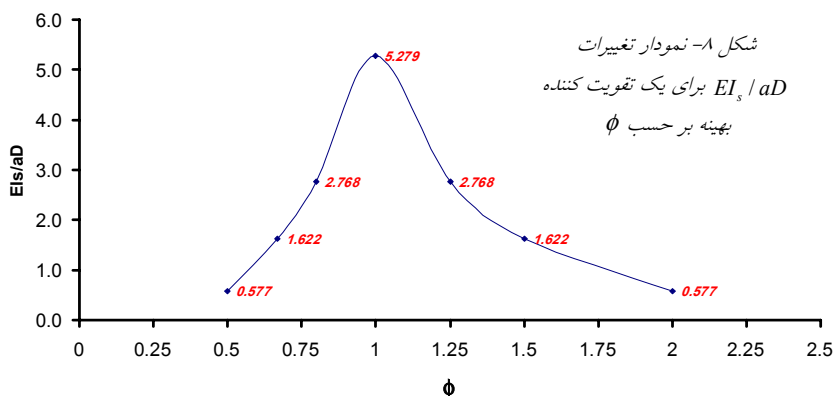


شکل ۷- نسبت تنش کمانشی برشی به وزن صفحه برای صفحه با تقویتی عرضی

اکنون درصدد هستیم تا رابطه‌ای کلی براساس مشخصات هندسی و پارامترهای مقاومتی صفحه ارائه نماییم. با توجه به نتایج حاصله، نمودارهای مختلف برای یافتن رابطه‌ای بین ابعاد صفحه و تقویتی ترسیم شد که البته هیچکدام بیانگر رابطه مشخصی نبود. در نهایت با توجه به سعی و خطاهای متعدد صورت گرفته و نتایج حاصله چنین نتیجه گرفته شده که مقدار عددی رابطه بی‌بعد EI_s / aD برای نسبت ابعاد صفحه مادر یکسان، تقریباً مقدار ثابتی است. این یافته در مدلسازی‌های مختلف و

حتی با تعداد تقویتی‌های بیشتر نیز مورد تأیید واقع شد. بنابراین نتایج برای هر ϕ به صورت جداگانه منظم شد و مقدار

Optimization result



شکل ۸- نمودار تغییرات EI_s / aD برای یک تقویت کننده بهینه بر حسب ϕ

EI_s / aD میانگین برای هر ϕ به دست آمد. در نهایت نمودار مورد نظر برای نسبت ابعاد صفحه‌های مختلف را می‌توان با استفاده از تمامی اطلاعات صفحات مدل شده، برای صفحه با یک تقویت کننده عرضی بدست آورد. این نمودار در شکل ۸ نشان داده شده است.

برای بدست آوردن رابطه ریاضی بین این نقاط و منحنی رسم شده به کمک نرم افزارهای موجود می توان منحنی هایی را برازش نمود. بهترین منحنی با توجه به ویژگیهای آماری برازش منحنی و نیز با توجه به نتایج تعداد تقویتی های مختلف بدست آمد که در نهایت منحنی شکل ۹ دارای نتایج رضایت بخشی بود. ویژگیهای آماری این برازش و همچنین منحنی های خطای برآورد با فاصله اطمینان ۹۹٪ ترسیم شد که برای محدوده موثر ϕ ، بسیار رضایت بخش می باشد.

$$\left(\frac{EI_s}{aD}\right)^{-1} = 0.190 + 0.7303 \phi^2 \ln \phi - 0.7303 \phi \ln \phi^2$$

ج- رابطه افزایش تنش برشی بحرانی صفحه با تقویتی بهینه

در قسمتهای قبل به این نتیجه رسیدیم که ابعاد تقویتی بهینه برای نسبت اضلاع مشخص مقداری ثابت است اگر مقدار تنش برشی بحرانی را نیز برای این تقویتی ها به دست آوریم به نتیجه جالب دیگری می رسیم که نسبت تنش برشی بحرانی صفحه تقویت شده نسبت به صفحه مادر تقریباً مقدار ثابتی است. یعنی برای مقدار مشخص ϕ درصد افزایش در تنش برشی بحرانی صفحه تقویت شده نسبت به صفحه مادر بدون تقویت کننده مقداری ثابت است.

در صفحات مستطیلی شکل دارای یک تقویتی عرضی، با افزایش ϕ میزان افزایش نسبی تنش برشی بحرانی کاهش می یابد به طوری که برای نسبت ابعاد صفحه بزرگتر از ۲، نسبت افزایش به زیر ۳۰٪ کاهش می یابد که در مقایسه با دیگر حالات مقرون به صرفه نمی باشد. بنابراین افزایش کمتر از ۳۰٪ در مقادیر تنش بحرانی را در بهینه سازی تقویتی بررسی نخواهیم کرد. بنابراین چنین نتیجه می گیریم که برای یک صفحه با نسبت ابعاد بزرگتر از ۲ بهتر است که آن را با ۲ یا تعداد بیشتری از تقویتی

عرضی تقویت نمائیم. به عبارت

دیگر یک تک تقویتی تا زمانی

مناسب است که عملاً طول صفحه

را به کمتر از عرض صفحه تقسیم

نماید. برای به دست آوردن رابطه

نسبت افزایش تنش برشی نسبت

به ϕ نهایتاً منحنی نسبت افزایش

تنش برشی بحرانی نسبت به $1/\phi$

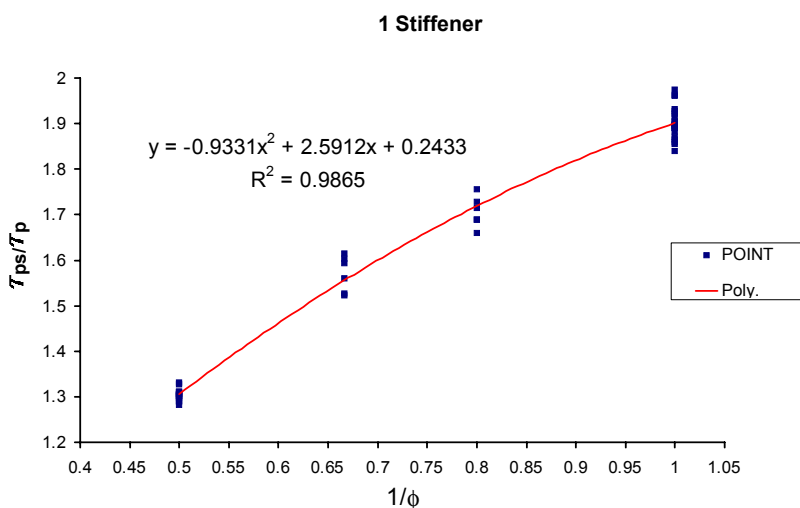
رسم گردید که می توان منحنی

درجه دومی را بر آن برازش نمود.

این نقاط و خط برازش شده با

نسبت تغییرپذیری در شکل ۹

نمایش داده شده است.



شکل ۹- منحنی نسبت افزایش تنش برشی بحرانی نسبت به $1/\phi$ برای حالت یک تقویت کننده

۵. بررسی اثر دو تقویت کننده بر روی کمانش صفحه

در قسمتهای قبلی اثر یک تقویت کننده بر روی

تنش برشی بحرانی مورد بررسی قرار گرفت و

روابطی برای تقویت کننده بهینه به دست آمد.

برای به دست آوردن روابطی مشابه روابط قبل

برای تعداد تقویتی بیشتر مراحل کار همانند

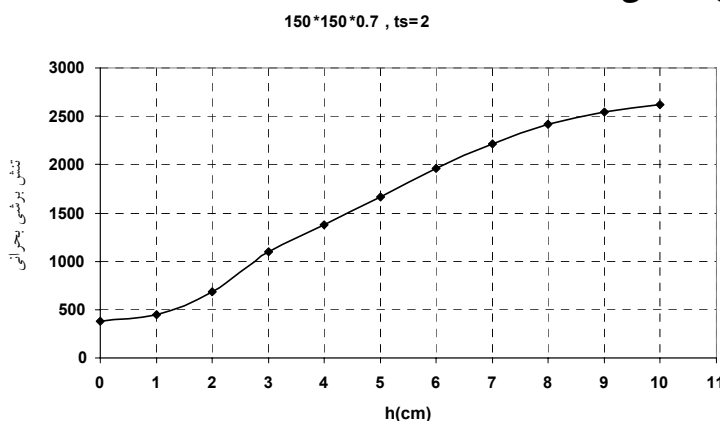
حالت تقویت کننده واحد تکرار می شود.

در حالت دو تقویتی نیز تا زمانی که تقویت کننده

به صورت انعطاف پذیر می باشد، تغییری در شکل

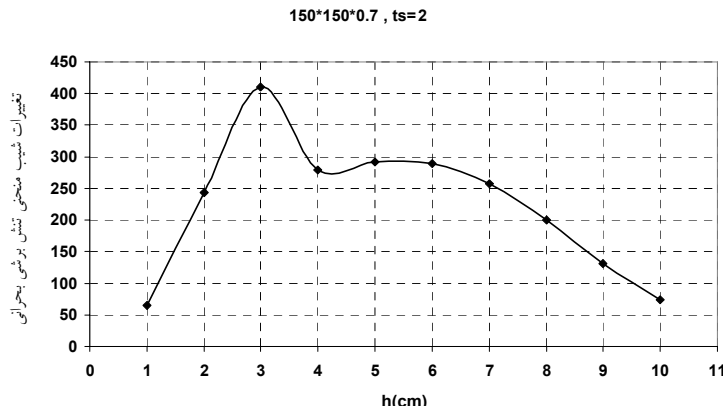
مد کمانش ایجاد نمی شود ولی در حالت

تقویت کننده نیمه صلب، که موجب تغییر مد



شکل ۱۰- تنش کمانش برشی برای صفحه با دو تقویتی عرضی $\phi = 1$

کمانشی می‌گردد، بسته به نسبت اضلاع صفحه نمودار شیب منحنی تنش برشی بحرانی نسبت به ارتفاع، اندکی متفاوت است. مثلاً در حالت $\phi = 1$ که صفحه مادر به تنهایی در یک نصفه موج کمانش می‌کند، با افزودن ارتفاع در تقویتی مد کمانش به حالت سه نصفه موج تغییر می‌یابد، که در این حالت شیب منحنی تنش برشی ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد و با افزایش



شکل ۱۱- نمودار تغییرات شیب منحنی تنش برشی بحرانی برای صفحه با دو تقویتی

ارتفاع تقویت کننده، تقویتی به سمت حالت صلب سوق پیدا می‌کند که در آن صورت کمانش هرچشمه به صورت کاملاً مستقل می‌باشد. نقطه بهینه با توجه به مطالب قبل دومین نقطه ماکزیمم مربوط به منحنی شیب تنش برشی بحرانی است. شکل ۱۰ روند افزایش تنش برشی بحرانی را برای حالت $\phi = 1$ برای یک صفحه خاص نشان می‌دهد و در شکل ۱۴ نمودار شیب این منحنی رسم شده است که دارای دو نقطه ماکزیمم است.

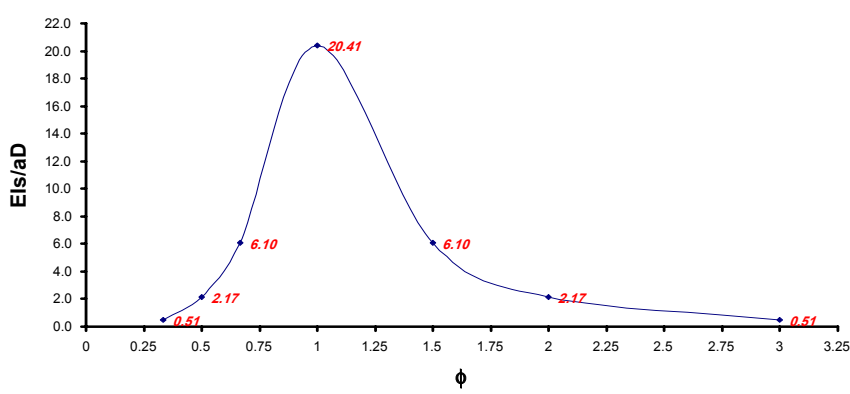
البته در حالت $\phi = 3$ که تعداد دو نیم‌موج در کمانش صفحه مادر به تنهایی دیده می‌شود فقط یک نقطه ماکزیمم حاصل می‌آید. برای تعداد تقویتی های بیشتر نیز با توجه به تعداد نیم‌موج‌های کمانش صفحه مادر به تنهایی، تعداد ماکزیمم های منحنی شیب برشی بحرانی برحسب ارتفاع (سختی تقویت کننده) ممکن است یک، دو، سه و چهار و یا بیشتر گردد.

الف- ارائه رابطه بهینه سازی کلی

همانند حالت تقویت کننده واحد در حالت دو تقویت کننده نیز رابطه بی بعد EI_s / aD برای ϕ ثابت، مقدار یکسانی نتیجه می‌دهد. در نهایت منحنی شکل ۱۲ به همراه منحنی های خطای برآورد با فاصله اطمینان ۹۹٪ به همراه رابطه ریاضی آن به

دست آمده است. که نتایج حاصله در محدوده مدلسازی شده رضایتبخش می‌باشند.

OptimizationResult



شکل ۱۲- منحنی بهینه‌سازی کلی برای صفحات مستطیلی شکل با دو تقویت کننده تحت اثر نیروی برشی

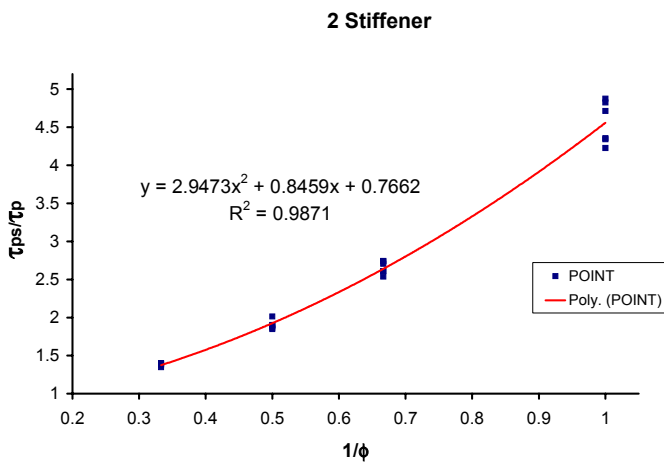
ب- رابطه افزایش تنش برشی بحرانی با تقویتی بهینه

در حالت دو تقویت کننده نیز همانند تقویتی واحد نسبت تنش بحرانی صفحه تقویت شده نسبت به صفحه مادر تقریباً مقداری ثابت است. برای $\phi > 3$ ، این نسبت به کمتر از ۳۰٪ بالغ می‌شود که اقتصادی نیست. بنابراین بایستی از تعداد تقویتی های بیشتری استفاده کرد.

پس از دست آوردن نسبت افزایش تنش برشی نسبت به $1/\phi$ منحنی سهمی شکلی براین نقاط برازش شد. این نقاط و منحنی برازش شده به همراه نسبت تغییرپذیری در شکل ۱۳ نشان داده شده است.

- نتایج مدلسازی برای حالت سه تقویتی و بیشتر

همانطوری که برای حالت یک تقویت کننده و دو تقویت کننده نتایج و گرافهای مربوطه را استخراج کردیم؛ برای سه تقویتی و بیش از این تعداد نیز می توان نتایج مشابه را استخراج نمود. صحت نتایج برای صفحه تا پنج تقویتی بررسی شده است. با توجه به برنامه های ارائه شده برای هر تعداد تقویتی می توان روابط مربوطه مشابهی استخراج نمود.



شکل ۱۳- منحنی نسبت افزایش تنش برشی بحرانی نسبت به $1/\phi$ برای حالت دو تقویت کننده

کمانش صفحه با تقویتی های T شکل

با توجه به اینکه عمده ترین پارامتر مؤثر تقویت کننده در مقاومت کمانشی صفحه، سختی خمشی آن است و سختی پیچشی تقویت کننده های مستطیلی و T شکل تقریباً ناچیز است لذا بنظر می رسد که روابط ارائه شده در قسمتهای قبل برای تقویتی های T شکل و کلاً برای تقویت کننده های دیگری که سختی پیچشی ناچیزی دارند، قابل بکارگیری است. برای اثبات این امر تعدادی صفحه با تقویت کننده های T شکل مدل شده و پس از بهینه سازی ابعاد این تقویت کننده ها روابط به دست آمده با حالت تقویت کننده مستطیلی مورد مقایسه قرار گرفت. مقادیر بدست آمده برای تقویت کننده مستطیلی شکل و تقویتی T شکل دارای اختلاف ناچیزی می باشد. بنابراین از منحنی های ارائه شده در فصل قبل می توان برای این تقویتی (و نیز سایر تقویتی ها با سختی پیچشی کم نیز) استفاده نمود.

برای یافتن ابعاد بهینه این تقویت کننده بایستی جوابهای اکسترماز رابطه مساحت تقویتی را به شرط برقراری (مقدار ثابت $EI_s/aD = 0$) به دست آورد. که این مسئله در ریاضی بنام یافتن ماکزیمم و مینیمم مشروط و بشکل زیر مطرح است. - می خواهیم اکستریم تابع $z = f(x, y)$ (تابع وزن) را با شرط $g(x, y) = 0$ ، $EI_s/aD - c = 0$ تعیین کنیم. اینکار را میتوان به آزمون اکستریم معمولی موسوم به تابع لاگرانژ $u = f(x, y) + \lambda g(x, y)$ تحویل کرد که در آن λ ضریب ثابت موسوم به ضریب لاگرانژ است شرایط لازم برای اکستریم تابع لاگرانژ عبارت است از:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x} + \lambda \frac{\partial g}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial y} + \lambda \frac{\partial g}{\partial y} \\ g(x, y) = 0 \end{cases}$$

که از حل سه معادله فوق سه مجهول مسئله بدست می آید.

برای حالت مستطیلی $t_s = 0$ بدست می آید و این بدین معنی است که هر چه ضخامت تقویتی کمتر و ارتفاع آن بیشتر باشد اقتصادی تر است و ضخامت حداقل با توجه به مسائل اجرائی و آیین نامه ای تعیین می گردد. برای سایر اشکال تقویتی و نیز برای تعداد تقویتی های بیشتر نیز می توان ابعاد بهینه تقویتی را به همین روش بدست آورد.

۶- جمع بندی و نتیجه گیری

هدف از انجام این تحقیق، انتخاب روابطی برای بهینه سازی تقویتی با اشکال مختلف تحت اثر نیروی برشی بود. بدلیل نبود روابط تئوری دقیق بعنوان معادلات حاکم بر صفحات تقویت شده بهنگام کمانش برشی، از روشهای عددی و اجزا محدود استفاده گردید. مطالعات صورت گرفته در رابطه با پارامترهایی نظیر ابعاد، هندسه، نوع و تعداد تقویتی و تاثیر هر یک از این عوامل بر روی کمانش صفحه نتایجی بهمراه داشت که اهم آن بشرح زیر می باشد:

۱- اثر ممان اینرسی تقویتی: نسبت EI_s/aD برای یک صفحه با نسبت ابعاد ثابت (ثابت ϕ) و تعداد تقویتی مشخص همواره مقداری ثابت است. این مقدار برای تعداد تقویت کننده های مختلف، متفاوت می باشد. با توجه به این امر و مقادیر

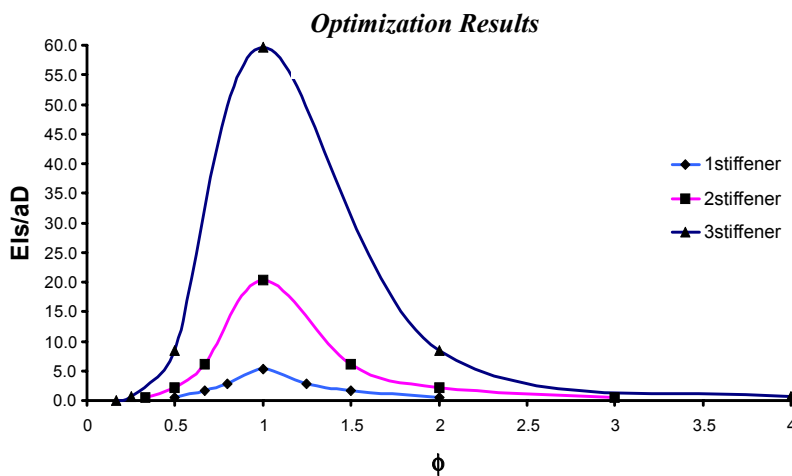
مختلف EI_s/aD نسبت به ϕ ، می‌توان رابطه این دو را بکمک منحنی شکل ۱۴ بیان کرد. همانگونه که از منحنی حاصله مشخص است، با افزایش مقدار ϕ ، مقدار عددی EI_s/aD مربوط به تقویتی بهینه کاهش می‌یابد.

۲- اثر تقویتی درافزایش مقاومت برشی صفحه: با مطالعه بر روی صفحات مدل شده چنین نتیجه می‌شود که مقدار افزایش مقاومت صفحه نسبت به صفحه مادر برای نسبت ابعاد ثابت (ثابت ϕ) و تقویت کننده بهینه مقداری ثابت می‌باشد. رابطه بین افزایش مقاومت صفحه نسبت به صفحه مادر و ϕ بصورت منحنی هایی برای حالات یک تقویت کننده، دو تقویت کننده و ... رسم گردید (شکل ۱۵) و رابطه این دو به صورت معادله‌ای بیان گردید. منحنی‌های حاصل بیانگر این نکته است که با افزایش ϕ ، میزان افزایش مقاومت صفحه نسبت به صفحه مادر کاهش یافته تا جائیکه از یک حد به بعد، تقویت کننده اثر قابل ملاحظه‌ای بر روی افزایش مقاومت صفحه ندارد. بنابراین برای کارایی بهتر و بهینه‌سازی صفحات برای ϕ بزرگتر، بهتر است که بر تعداد تقویتی‌ها افزود. بطور کلی می‌توان نتیجه گرفت که بهتر است تعداد تقویت کننده‌ها به نحوی انتخاب گردد که صفحه را به طولی کمتر از عرض صفحه مادر تقسیم نماید.

۳- اثر شکل تقویتی: تنها پارامتر تقویتی در افزایش مقاومت برشی صفحه در صورتیکه بتوان از مقاومت پیچشی آن صرفنظر نمود، EI_s/aD و یا ممان اینرسی تقویتی است و در قیاس با تقویتی‌های مختلف، تقویت کننده‌ای بهینه می‌باشد که I_s بیشتری را نتیجه دهد. لذا از میان تقویت کننده‌های رایج، تقویت کننده T شکل، L شکل و مستطیلی شکل در یک طرف، برترتیب مناسبتر می‌باشند.

۴- ابعاد بهینه تقویتی: با مشخص شدن EI_s/aD و ϕ مربوط به صفحه باید سطح مقطع تقویتی را اکستریمایز نمود که بدین منظور می‌توان از قضیه لاگرانژ برای حداقل نمودن وزن تقویتی سود جست. برای تقویتی مستطیلی شکل می‌توان گفت که هر چه ارتفاع تقویتی و ضخامت آن کمتر باشد بهتر است. بدین جهت با توجه به مسائل اجرائی وحداقلهای آئین‌نامه‌ای، ضخامت

حداقلی انتخاب و براساس رابطه EI_s/aD ارتفاع بهینه تقویتی بدست می‌آید. با بررسی‌های بدست آمده صحت این مطلب که تقویتی هرچه سختی بالاتر و سختی پیچشی پایین‌تری داشته باشد، مناسبتر است، مورد تأیید قرار می‌گیرد.



شکل ۱۴

۵- نمودارها و معادلات نهایی

- معادلات زیر برای بهینه‌سازی تقویتی حاصل شد (شکل ۱۴):

$$\left(\frac{EI_s}{aD}\right)^{-1} = 0.190 + 0.7303 \phi^2 \ln \phi - 0.7303 \phi \ln \phi^2$$

صفحه با یک تقویتی عرضی متقارن

$$\left(\frac{EI_s}{aD}\right)^{-1} = 0.048 + 0.1578 \phi^2 \ln \phi - 0.1578 \phi \ln \phi^2$$

صفحه با دو تقویتی عرضی متقارن

$$\left(\frac{EI_s}{aD}\right)^{-1} = 0.017 + 0.0396 \phi^2 \ln \phi - 0.0396 \phi \ln \phi^2$$

صفحه با سه تقویتی عرضی متقارن

- معادلات زیر برای نسبت افزایش مقاومت برشی نسبت به صفحه مادر در حالت تقویتی بهینه بدست آمد (شکل ۱۵):

$$\frac{\tau_{ps}}{\tau_s} = -0.9331\left(\frac{1}{\phi}\right)^2 + 2.5912\left(\frac{1}{\phi}\right) + 0.2433$$

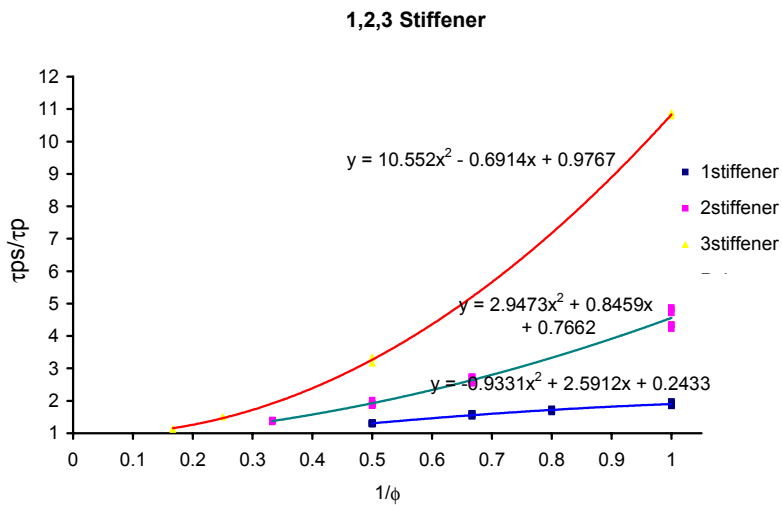
صفحه با یک تقویتی عرضی متقارن

$$\frac{\tau_{ps}}{\tau_s} = 2.9473\left(\frac{1}{\phi}\right)^2 + 0.8459\left(\frac{1}{\phi}\right) + 0.7662$$

صفحه با دو تقویتی عرضی متقارن

$$\frac{\tau_{ps}}{\tau_s} = 10.552\left(\frac{1}{\phi}\right)^2 - 0.6914\left(\frac{1}{\phi}\right) + 0.9767$$

صفحه با سه تقویتی عرضی متقارن



شکل ۱۵

در پایان با توجه به نتایج خوب این روش می توان در ادامه کار، ملاحظات اجرایی و اقتصادی دیگر علاوه بر وزن سازه را بکمک الگوریتم مناسبی با نتایج این پروژه تلفیق نموده و جواب بهینه نهایی را که دربرگیرنده وزن، سهولت اجرا، اجرای اتصالات و زمان اجرا می گردد بدست آورد. همچنین می توان اثر تقویت کننده طولی را نیز به همین روش بدست آورد.

۷- فهرست مراجع:

- باتاچاریا و جانسون، ترجمه ابن شهر آشوب و میکائیلی، "مفاهیم و روشهای آماری"، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۷۸
 گلصورت، علی، "کمانش صفحات فولادی"، دماوند، ۱۳۷۰
 علی نیا، محمدمهدی، "تئوری صفحات و پوسته ها"، آشیان، ۱۳۷۹
 H.G. Allen and P.S. Bulson, "Background To Buckling", McGraw-Hill, 1980.
 S.P. Timoshenko and S. Woinowsky-krieger, "Theory Of Plates And Shells", McGraw-Hill, 1959.
 F. Bleich, "Buckling Strength Of Metal Structures", McGraw-Hill.
 F. Bloom and D. Coffin, "Hand Book Of Thin Plate Buckling and Postbuckling", Chapman & Hall/CRC, 2001
 D. Bushnell, "Computerized Buckling Analysis Of Shells", Kluwer Academic Publisher, 1989.
 Cook and Malkus and Plesha, "Concept And Applications Of Finite Element Analysis", John Wiley & Sons, 1989